

日本女子大学大学院学生特別研究奨励金 成果報告書

記入日 2024 年 2 月 27 日

期 間	2023 年度	配分額	187,000 円
フリガナ	モリムラ アキコ	在籍研究科 専攻・学年	理学研究科 数理・物性構造科学専攻 博士課程後期 1 年次
氏 名	森村 晃子		
指導教員氏名	愛木 豊彦	指導教員 所属・職名	理学研究科 教授
研究課題名 ※40字以内	多孔質媒体における水分移動の数値モデルの解析		

1. 研究成果の概要

*当該研究の概要を400字程度で簡潔に記述してください。（様式改変・追加不可。以下同様）

多孔質媒体とはスポンジのように小さい孔が数多く空いている物質のことである。多孔質媒体は構造が複雑であるため、その内部に水分が浸透する場合、水の流れは通常の液体とは異なる。この現象を記述する数値モデルは既にいくつか提案されているが、本研究では福井らの論文*で示されていた2本の拡散方程式で構成された連立方程式のモデルをもとに研究を進めてきた。現在は、研究の第一歩として片方の方程式のみに着目し、一般化した初期値境界値問題の解析に取り組んでいる。2023年度は、前述した問題の弱解の存在と一意性を示すとともに、このような弱解に収束するような数値解を構成することができた。

*福井一真, 伊庭千恵美, 鉾井修一, 小椋大輔, “多孔質建築材料内の空気圧が水分移動に与える影響の検討”, 日本建築学会環境系論文集, 第83巻, 第743号, pp.39-47, 2018.

2. 今年度の研究報告

*図表も含めてよいので、以下の①～③についてわかりやすく記述してください。

①研究の目的 ②研究の方法 ③研究成果・今後の展望

①研究の目的

福井らの論文では、多孔質材料の一つであるレンガ内部の水の浸透と空気圧の関係を考えるために、レンガ自体の変質はなく、実験環境の温湿度は一定、なおかつ空間水平方向の変化は一樣という仮定のもと、連立拡散方程式モデルが提案されていた。しかし、この論文では実験結果と数値計算結果との比較によるモデルの妥当性の検証しか報告されておらず、理論的な考察は十分ではなかった。また、福井モデルと同じような構造を持ち境界条件が異なるモデルが Green ら**によって提案されているが、これについても実験結果と数値計算結果との比較によるモデルの妥当性の検証しか報告されていない。そこで本研究の目的は、レンガに水が浸透していく様子を表す偏微分方程式モデルを数値的かつ理論的に解析することである。福井モデルは水分と空気に関する2本の拡散方程式で構成されている。したがって、数値的にも理論的にも解析の過程が非常に複雑となることが予想される。そのため、現在は水分の拡散方程式のみに着目し、一般化した初期値境界値問題を考え、その理論解析に取り組んでいる。

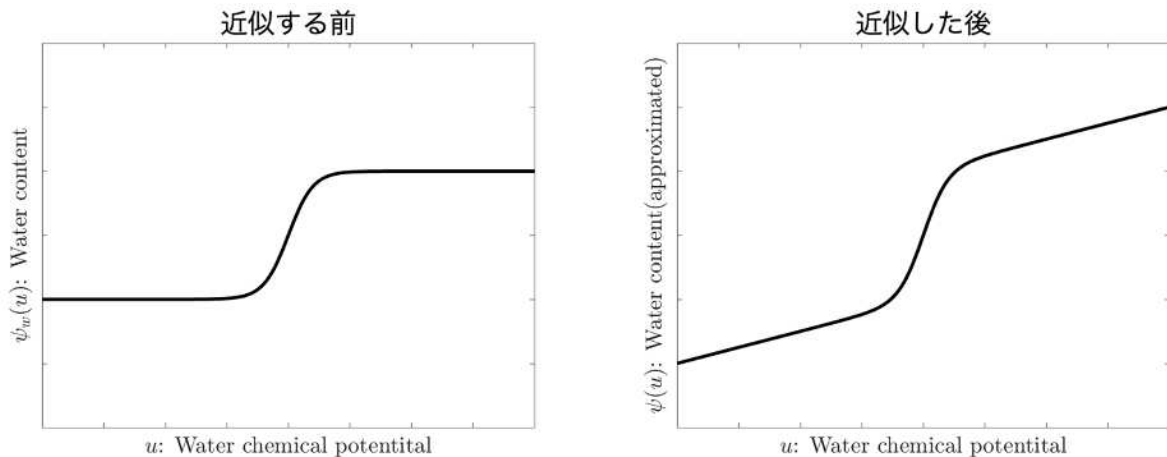
**Green, D. W., Dabiri, H., Weinaug, C. F. and Prill, R., Numerical Modeling of Unsaturated Groundwater Flow and Comparison of the Model to a Field Experiment, Water Resources Research, Vol. 6, No. 3, pp. 862-874, 1970

②研究の方法

水分の拡散方程式は拡散係数が未知関数に依存し、境界条件が非斉次かつ非単調であるため強解の存在が期待できない。そのため、弱形式により解を定義する必要がある。また、偏微分方程式論的に見ると、水分の拡散方程式は楕円-放物型方程式と呼ばれている。楕円-放物型方程式については抽象発展方程式の理論を用いてこれまでに多くの成果が得られているが、本問題と同様のタイプは考察されておらず、また解くことも難しいとされている。そこで方程式中の時間微分の項に含まれる関数 ϕ_w を

今年度の研究報告（つづき）

$\phi(r) = \phi_w(r) + \varepsilon r$ で近似し、 $\varepsilon \rightarrow 0$ とする方法を考えることにした(ただし r は実数、 ε は正の数)。



この近似、つまり $\varepsilon > 0$ のとき、水分の方程式は楕円-放物型方程式ではなくなるため、問題が解き易くなる。本年度は $\varepsilon > 0$ としたときの問題の弱解の存在と一意性の証明や数値解の構成とその収束に取り組んだ。

弱解の存在と一意性の証明では存在をSchauderの不動点定理、一意性を共役の方程式を用いる方法によって証明した。また、弱解に収束するような数値解の構成については、有限体積法を用いて近似となる常微分方程式を導出した。そこから構成される数値解が弱解に収束することの証明については、Thierryらによる離散版Aubinのコンパクト定理***を適用した。

*** Gallouet Thierry, Jean-Claude Latché, Compactness of discrete approximate solutions to parabolic PDEs-Application to a turbulence model, May 2011, Communications on Pure & Applied Analysis 11(6)

③研究成果・今後の展望

本年度の成果は二つある。一つ目は弱解の存在と一意性である。博士課程前期2年次では境界条件を変更することで強解の存在を示したが、本年度は境界条件を変更せず、弱形式により解を定義することで解の存在を示した。二つ目は弱解に収束するような数値解の構成である。Schauderの不動点定理を用いて解の存在を示したため、解へ収束するような数値解の構成は極めて重要である。今回はそれを証明することで有限体積法による近似の妥当性が理論的に保証された。

博士課程後期2年次以降は、以下の3つの課題に取り組む予定である。

①連立1次元モデルの可解性

博士課程前期2年次、後期1年次では水分の方程式を一般化した問題に取り組んだが、本来の福井モデルは、空気の方程式も含む連立系であった。そのため、空気の方程式も考慮した連立1次元モデルの解の存在や一意性に関する考察に取り組む。また数値解を構成し、それが理論的な解に収束することを示す。

②多次元モデルの可解性

福井らの論文では1次元のモデルが提案されていたが、実際の現象を解析するにあたり、多次元、特に3次元のモデルを考えることは非常に重要である。しかし、多次元の初期値境界値問題を考える際は、1次元の場合に比べて解析的な性質の制限が強く、解の存在や一意性の証明をすることは難しい。そこで、モデルの見直しや数値解析を含めて2・3次元モデルの解析に取り組む。

③モデル中の関数に対する仮定の見直し

現在用いているモデル中の関数の仮定は非常に強いものとなっている。特に、水分の方程式の拡散係数にあたる関数には正かつ有界という条件が課されている。これは数学的には証明しやすい条件になっているが、実際の現象と照らし合わせたときにはやや強い。実際、一般的な多孔質媒体では、上限がなく単調増加し続ける拡散係数を考えることが多い。そのため、関数の条件を見直すことで、より現象に沿ったモデルを扱えるようにする。

3. 成果発表（投稿中も含む）

*研究経過・研究によって得られた成果を発表した①～②について、該当するものを記入してください。ない場合は「なし」と記入してください。

①雑誌論文、図書（著者名、論文標題、雑誌名、巻号、発行年、ページ）

②学会・シンポジウム等での発表（会名、開催日、開催場所）

①雑誌論文、図書

【原著論文】

A. Morimura, T. Aiki, Solvability of the moisture transport model for porous materials, Advances in Mathematical Science and Applications. (投稿中)

【プロシーディング】

森村晃子, 愛木豊彦, 非単調な境界条件を伴う非線形放物型方程式に対する弱解について, 日本数学会2023年度秋季総合分科会 実函数論分科会 予稿集, pp. 49-50, 2023年9月.

森村晃子, 愛木豊彦, 多孔質媒体の水分輸送モデルに対する数値解の収束, 第49回発展方程式研究会 予稿集, pp. 120-121, 2023年12月.

森村晃子, 非単調な境界条件をもつ非線形放物型方程式の可解性について, 第44回発展方程式若手セミナー報告集, pp. 161-167, 2024年2月.

②学会・シンポジウム等での発表

【国際会議】

A. Morimura, T. Aiki, Existence and uniqueness of solutions to the moisture transport model for porous materials, The 13th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, University of North Carolina Wilmington, NC (USA), May 31-June 4, 2023.

A. Morimura, T. Aiki, Partial differential equations for moisture transport in porous materials, 10th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Waseda University, Tokyo (Japan), August 20-25, 2023.

A. Morimura, T. Aiki, Weak solvability for nonlinear parabolic equations having non-monotone boundary conditions, Nonlinear Phenomena in Biology, Ecology, Physics and Mechanics, Azerbaijan State University of Economics, Baku (Azerbaijan), October 22-26, 2023.

【国内学会】

森村晃子, 愛木豊彦, 非単調な境界条件を伴う非線形放物型方程式に対する弱解について, 日本数学会2023年度秋季総合分科会(実函数論分科会), 東北大学 川内北キャンパス, 2023年9月23日.

森村晃子, 愛木豊彦, 水分移動モデルに対する有限体積法を用いた数値解の収束, 日本数学会2024年度年会(実函数論分科会), 大阪公立大学 杉本キャンパス, 2024年3月20日(予定).

【その他の研究会・セミナーなど】

森村晃子, 非単調な境界条件をもつ非線形放物型方程式の可解性について, 第44回発展方程式若手セミナー, 京都教育大学 藤森キャンパス, 2023年9月4日, 口頭発表, 査読なし.

森村晃子, 水分移動モデルの弱解について, 第9回数理科学夏季若手研究会, 神奈川大学 横浜キャンパス, 2023年9月10日, 口頭発表, 査読なし.

森村晃子, 愛木豊彦, 多孔質媒体内の水分浸透を表す数値モデルの解析, 異分野異業種研究交流会 2023, 中央大学 後楽園キャンパス, 2023年10月14日, ポスター発表, 査読なし.

森村晃子, 多孔質媒体における水分移動モデルの解析, 現象の数値モデルと数学・教育との架け橋, 龍谷大学 瀬田キャンパス/びわ湖大津プリンスホテル, 2023年11月4日, 口頭発表, 査読なし.

森村晃子, 愛木豊彦, 多孔質媒体の水分輸送モデルに対する数値解の収束, 第49回発展方程式研究会, 東京理科大学 神楽坂キャンパス, 2023年12月27日, 口頭発表, 査読なし.

森村晃子, 多孔質媒体内の水分浸透を表す数値モデルの弱解と数値解について, 2023年度第12回 AIMR 数学連携グループハイブリッドセミナー, 東北大学 片平キャンパス, 2024年1月22日, 口頭発表, 査読なし, 招待講演.

森村晃子, 水分移動モデルの数値解について, 数学教育研究会2024, 名城大学 天白キャンパス, 2024年3月3日(予定), 口頭発表, 査読なし.

※この報告書はホームページで公表されます。

採択者氏名

森村 晃子